Undersøgende matematik

Jesper Estrup

Resumé
Vi skal her beskæftige os med et eksempel på et eksemplarisk samarbejde mellem Erhvervsakedemiet Lillebælt og en 8. klasse i en folkeskole. Klassen inviteres ind i en semiautentisk problemstilling. De skal „lege“ bygningskonstruktører, der skal bygge verdens højeste bygning. Til brug for dette får de at vide, at de har brug for at undersøge hvad der sker, når man centralbelaster en bjælke
Begrundelsen for opgavens formulering er, at undersøgelsebaserede opgaver aktiverer elevernes læringsproces, idet eleverne løser deres egne problemstillinger. Dette virker motiverende og giver større ejerskab og interesse fra elevens side. Der er mange muligheder for fagrelevante samarbejder, fra den velvillige tømrer til teknisk skole, alle kan de indbydes til et samarbejde, der giver de faglige emner mere relevans, så spørgsmålet om *hvorfor vi skal lære dette*, bliver til, *hvad skal vi vide, for at kunne løse vores problem?*
I dette oplæg arbejdes med en bjælkes bøjning. Klassen anvender den viden, de allerede har erhvervet sig om andengradspolynomiet og dets værdier(!), samt får at vide, at de skal anvende geogebra og CAS i deres arbejde.

Indhold

Introduktion 1
1 Problemstillingen 1
1.1 Arbejdet . . . 2
1.2 Præsentationen . . . 2
2 Resultater og diskussion 2
2.1 Efterspil . . . 2
3 Afrunding 2

Introduktion

Undersøgelsebaserede opgaver aktiverer elevernes læringsproces, fordi eleverne løser deres egne problemstillinger. Dette virker motiverende og giver større ejerskab og interesse fra elevens side.
Dynamiske geometriprogrammer og CAS-værktøjer udfører det regnetekniske arbejde hurtigt, og gør det nemt at arbejde med en undersøgende, eksperimentiel og intuitiv tilgang til en problemstilling.
Ovennævnte punkter er udgangspunktet for et samarbejde mellem en folkeskole og et erhversakademi omkring en bjælkes nedbøjning.
Intentionen med folkeskoleklassens undervisningen er at arbejde med en matematisk problemstilling,der skal vise eleverne, at matematik kan tage udgangspunkt i en reel situation, og at de ud fra deres målinger, kan slutte sig til en generel regel eller lovmæssighed.
Endvidere at støtte elevernes arbejde med at udvikle en selvstændig problemløsning og modellering vha IT-værktøjerne GeoGebra og CAS, derved på sigt at danne grundlag for en eksperimenterende og undersøgende arbejdsform. Sekundært kaster projektet af sig, at eleverne beskæftiger sig med andengradspolynomiet og dets værdier, som er den del af slutmål.

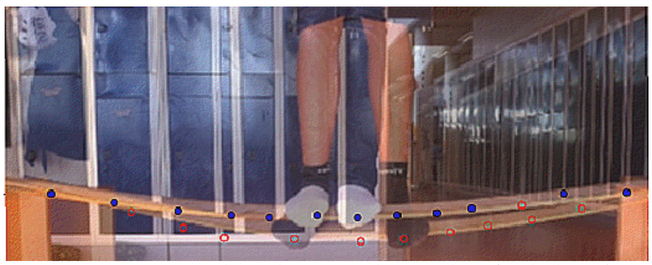
1. Problemstillingen

Klassen inviteres ind i en semiautentisk problemstilling. De skal „lege“ bygningskonstruktører, der skal bygge verdens højeste bygning. Til brug for dette får deat vide, at de har brug for at undersøge hvad der sker, når man centralbelaster en bjælke.
Elevernes motivation og nysgerrighed fordrer, før de kan behandle opgaven,en samtale om høje bygninger generelt, om elevatoreres konstruktion i svingende bygninger, en undersøgelse af Storstrømsbroens udvidelse og sammentrækning,og om materialer anvendt til konstruktionen af bygningsværker. Storstrømbroens (og Mønbroens) buer danner (bue- og bjælkebroer) samtidigt et udgangspunkt for samtaler om parabelbuen.
For at opnå målet for både emne- og kompetencevalg får klassen yderligere stillet følgende spørgsmål: Hvilken kurve dannes ved belastning af en bjælke?
Ideen med dette spørgsmål er, at ved at centralbelaste et bræt løst hvilende på tostøttepunkter med en given afstand, vil den opståede tilnærmelsevise parabelbue danne grundlag for klassens undersøgelse af, og arbejde med bjælkens nedbøjning.
ning . Klassen opfordres til at anvende den viden, de allerede har erhvervet sig om andengradspolynomiet og dets værdier, samt til at anvende geogebra i deres arbejde. Eleverne er bekendt med at ax^2 kaldes for andengradsleddet, bx for førstegradsleddet og c for konstantleddet.
Ideen med at undersøge og finde en simpel model af en bjælkes nedbøjning vha GeoGebra, kommer derfor til at afhænge af konstantleddet som afgør bjælkens nedbøjning op og ned af 2.den-aksen (hvis vi forudsætter at bjælkens bøjning kan

afbildes som en parabelbue i et koordinatsystem, hvor centralbelastningspunktet udgør toppunktet).
Med andre ord; det primære formål er at undersøge bjælkens nedbøjning, sekundært arbejder klassen med andengradspolynomiet i Geogebra som en del af løsningsværktøjet.
For at fastholde eleverne i en mundtlig præsentation af emnet, bliver de bedt om at tage noter og nedskrive deres resultater, samt undervejs tage fotografier af deres arbejde.

1.1 Arbejdet

Eleverne delte sig i grupper af fire, og diskuterede hvorledes de skulle løse opgaven, og hvad der skulle måles. Med kendskab til klassen, vidste vi, at det at opleve matematikken på kroppen er vigtigt for dens indelevelse og forståelse af opgaven. Klassen anvendte 2 m lange lærkebrædder, bænke og målebånd og deres egen vægt (målt på skolelægens vægt) som de parametre der blev målt på.



Figur 1. Løst topunktunderstøttet bræt udsat for belastning

Eleverne udarbejdede derefter en metode til at løse problemstillingen, en art drejebog, de herefter forsøgte at følge. Eleverne opstillede forsøgene, målte, fotograferede, nedskrev deres måleresultater, overførte resulaterne og modellerede en løsning i GeoGebra. Modellen syntes at vise sammenhængen mellem belastningenaf brættet og en parabelbues toppunkt.
Under udarbejdelse af modellen støder de lærende på forskellige vanskeligheder, der skal løses undervejs. Eksempelvis skal gruppen finde en kommunikationsform, der kan få alle med. Samlingspunktet for kommunikationen bliver det valgte værktøj GeoGebra og søgningen efter en løsningsmodel, der kan bruges.
Det tekniske bag brugen af værktøjet har eleverne delvist på plads. Derfor er det ikke, noget der optager dem synderligt.

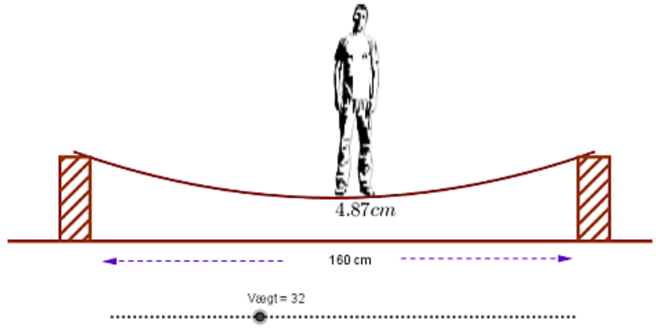
1.2 Præsentationen

Løsningsmæssigt udarbejder og præsenterer eleverne en praktisk, simpel model i GeoGebra, hvor de nok erkender at den fremkomne model synes at være et billede af en parabelbue, som alene benytter sig af konstantleddets forskydning op eller ned ad 2.-aksen.

Reference to Figure 2.

2. Resultater og diskussion

Efter at klassen havde opstillet en model, tog klassen fat på at validere deres målinger ved at holde deres løsning op mod formlen for bjælkens nedbøjning, og fandt at deres løsninger



Figur 2. Geogebrarepræsentation af elevernes moddelering

ikke passede!. Klassen ræssonerede, at det var deres arbejde, det var galt med, idet en nedenstående formel, der erfaringsmæssigt er valid og bruges af ingienører, ikke tager fejl!

$$U_{max} = \frac{Q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

Klassen valgte derpå at gå deres eget arbejde efter i sømmene, og opstillede en sammenligningstabel i et regneark, der viste nedbøjningen fra 1 til 80 kg. Dernæst foretog de meget præcise opmålinger af bræt og nedbøjning - lige meget hjalp det.

Andre overvejelser kom i spil. Den vigtigste overvejelse var, at under deres første undersøgelse havde brættet været vådt, og nu var det gennemtørt - havde det nogen indvirkning på elasticiteten, og dermed for værdien af elasticitetsmoduet? Efter at havde slået fænomenet op på internettet, fandt de at brættets fugtindhold var af afgørende betydning, og rettede derefter værdien til, og opstillede et nyt regneark. Nu passede regnearkets værdier med deres model (og alle, ikke mindst underviseren, var lettet).

2.1 Efterspil

Klassen fandt opgaven så interessant, at de afprøvede flere materialer og holdt deres observationer op mod formlen for en bjælkes bøjning, og fandt at GeoGebra som løsnigsværktøj nok fungerede i mikrokosmos, dvs.i den opstilling eleverne havde arbejdet med, men ikke i virkeligheden, bla. fordi modellen ikke forudså hvornår brættet brast.

3. Afrunding

Projektet afsluttedes med en lille spørgeskemaundersøgelse, hvis udkomme kort sagt var; IT-værktøjerne CAS og GeoGebra er en stor hjælp, når der skal udregnes en mængder af resultater på kort tid, *at værktøjerne ikke hjælper med til at forstå matematikken. Der er underviserens forklaringer uundværlige.*
De opfatter IT-værktøjerne som hjælperedskaber de ikke ville undvære, og som hjælper dem med at skabe et hurtigt overblik over deres opgave.
I en efterfølgende diskussion om hvordan projektet havde fungeret, diskuterede vi; hvad kunne vi bruge det til? Kunne

eleverne inddrage deres nye viden til deres nærmiljø? Det skal bemærkes, at eleverne selv var kommet til den konklusion, at gymnastiksalens eftergivende gulv, måtte være et resulatet af sådanne overvejelser, og at det kunne være interessant og se hvorledes det var konstrueret. Der ud over fandt de projektet godt og lærende. Projektet havde styrket deres kendskab til og anvendelse af GeoGebra og CAS.