



Maple

Statistik med Maple og skolepakken



Til læreren!

Før eleverne kan arbejde **med** CAS skal de undervises **i** CAS. CAS-programmer er komplicerede størrelser, som man ikke kan forvente elever finder ud af sig selv - det er ikke en udvidet lommeregner.

Derfor dette hæfte - statistik med **Maple**. Hæftet giver en oversigt over, nogle af de færdigheder det forventes, at en elev kan mestre i et CAS-program.

Et CAS-program skal ikke opleves som en hindring for eleven! CAS skal falde lige så naturligt at anvende som lommeregneren, linealen og blyanten. **Men der er nogle fælder** man som underviser bør undgå.

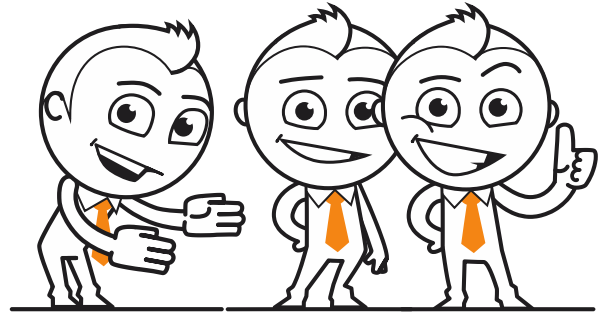
Et CAS-program som **Maple** kan tegne et hvilket som helst diagram, og i løbet af et splitsekund skrive en frekvenstabel, uden at eleven derfor behøver at vide hvordan det aflæses og hvorledes det hænger sammen.

Med andre ord, det er vigtigt, at forståelsen er tilstede og metoden er gjort begribelig for eleven, før man kaster sig eleverne ud i anvende et CAS-program som **Maple** - ellers opstår en **black-box**, hvor eleven stoler på resultatet frembragt af CAS-værktøjet, uden at reflektere nærmere over hvordan eller vide hvorfor.

Når CAS bruges som et **værktøj**, **eller et middel til matematikundervisning og læring**, skal du overveje, hvordan CAS bedst bruges sammen med dine andre undervisningsmidler, og være bevidst om, at når du **medbringer et nyt værktøj**, vil organiseringen af undervisningen nødvendigvis ændres.

Vi håber at du og dine elever får udbytte af hæftet.

Hilsen SciMath!



HEJ - Vi ER GLADE FOR AT SE DIG!

Du har fået dette hæfte, fordi du skal lære at bruge cas-programmet **Maple** til at arbejde med statistik.

CAS er en forkortelse for **C**omputer-**A**lgebra-**S**ystem.

Et cas-program er et skriveprogram specielt til matematik, lige som Word eller Google Doc som du bruger til dansk.

Før du går i gang med hæftet, vil vi lige minde dig om, at du skal arbejde i dit eget tempo, og huske at læse hvad der står på siden. Det er for at sikre, at du får mest muligt ud af dit selvstudie.

Det er ikke fordi det er svært, at bruge **Maple**, men som alt andet kræver programmet øvelse. Også her gælder; øvelse gør mester.

Tilbage er der bare at ønske god fornøjelse.



Når du åbner for **Maple** første gang, og klikker på **New Document**, ser **Maples skrivebord** *nogenlunde* ud som, på billedet herover.

I første omgang vil du se **flere paletter** end du kan se her. Det er fordi vi har fjernet nogle af paletterne for at give et bedre overblik. Det kan du læse mere om i hæfte 1.

Hej, velkommen!

Det er virkelig let at arbejde med statistik i **Maple**.

Skolepakken i Maple indeholder nemlig alle de kommandoer du skal bruge.



Hvad er statistik?

Mange af de beslutninger politikkerne tager, er baseret på tal, som fx den økonomiske udvikling, der bestemmer hvad vi har af penge at anvende til skoler, sygehuse osv.

Hvis politikkerne kun skulle se på tallene og regnearkene, mistede de hurtigt overblikket, derfor opstilles tallene i tabeller, omregnes til procenter og frekvenser og sættes ind i diagrammer. Ud fra sådanne informationer og tal kan politikkerne træffe beslutninger.

Det er det dette hæfte handler om. At gøre en stor mængde af data overskuelig og nem at aflæse og forstå. At sætte en stor mængde data op, så tallene er overskuelige kaldes for *statistik*.

Vi har for en nemheds skyld listet og givet en forklaring på de begreber, du forventes at kunne på sidste side, så hvis du ikke lige kan huske, hvad et »hyppighedstal« er, kan du slå det op på sidste side.

I dette hæfte, går vi ud fra, at du har installeret Skolepakken (kan hentes på scimath.dk → Materialer). Du kan se, om du har installeret Skolepakken, ved at se om der er to røde ikoner på startsideen.



Hjælp til skole



Opstart

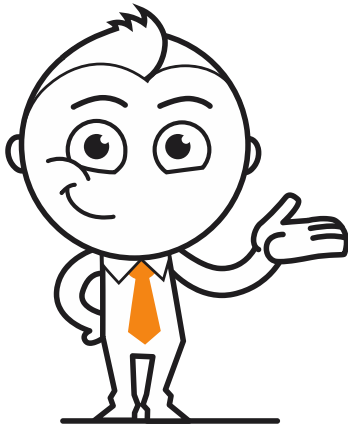
Lige et sidste tip. Når du har åbnet for **Maple**, så start med at skrive:

with(skole):

... øverst på siden, så har du åbnet for Skolepakken og gjort **Maple** dansk.

Lad os
komme i gang





Som et eksempel på det observationssæt du skal bruge til den følgende gennemgang, bruger vi højden på elever fra en klasse.

Jeg har (helt tilfældigt) højden på 23 elever i en 9. klasse.

9Z= 156, 183, 161, 178, 163, 180, 160, 163, 170,
179, 177, 167, 178, 165, 177, 173, 178, 178,
175, 178, 168, 169,180.

Åbn for **Maple** og skriv

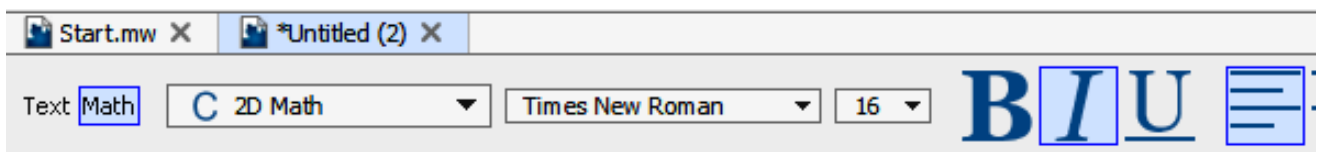
with(skole):

... og afslut med **Enter**. Du har nu gjort det muligt at bruge danske kommandoer i Maple.

Lad os starte med at oprette observationssættet »klasse« . Det skal du gøre, fordi at du ellers skulle skrive alle tallene, for hver gang du skulle bruge observationssættet.

Skriv:

```
klasse:=[156,183,161,178,163,180,160,163,170,179,177,167,178,
165,177,173,178,178,175,178,168,169,180]
```



with(skole) :

klasse := [156, 183, 161, 178, 163, 180, 160, 163, 170, 179, 177, 167,

klasse := [156, 183, 161, 178, 163, 180, 160, 163, 170,



NÅR DU HAR SKREVET DATASÆTTET I
MAPLE. KAN VI BEGYNDE. ER DU PARAT?

Du skal starte med at finde ud af, om du har skrevet det rigtige antal elever. Det gør du ved at skrive:

$with(skole):antalobs(klasse)$ og afslutte med **Alt + Enter**

Hvis du får;

$with(skole):antalobs(klasse) = 23$

... har du skrevet det rigtige antal højder.

Du skal nu finde **typetallet**. Typetallet er det tal der forekommer flest gange i et observationssæt. Du skal altså finde den mest almindelige højde i klassen.

Skriv:

$typetal(klasse)$ og afslut med **Alt + Enter**

Hvis du får;

$typetal(klasse) = [178]$

Har du skrevet rigtigt.

Nu skal du finde **gennemsnitshøjden**. Normalt ville du skulle lægge alle højderne sammen og dividere med 23 - antallet af elever. I **Maple** skriver du bare:

$gennemsnit(klasse)$ og afslutter med **Alt + Enter**

Har du skrevet rigtigt får du:

$gennemsnit(klasse) = 172$

Det ser sådan ud i **Maple** ↓ (husker du at skrive med?)



```

Text Math  C 2D Output  Times New Roman  16  B I U
with(skole) :
klasse := [156, 183, 161, 178, 163, 180, 160, 163, 170, 179, 177, 167
           klasse := [156, 183, 161, 178, 163, 180, 160, 163,
antalobs(klasse) = 23
typetal(klasse) = [178]
gennemsnit(klasse) = 172
  
```

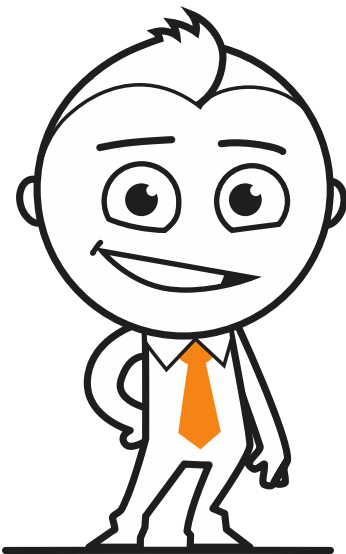

Nu skal du sortere højderne fra laveste højde til største højde. Du skriver:

`sorter(klasse)` og afslutter med **Alt + Enter**

Hvis du får:

`sorter(klasse)=[156, 160, 161, 163, 163, 165, 167, 168, 169, 170, 173, 175, 177, 177, 178, 178, 178, 178, 178, 179, 180, 180, 183]`

Har du skrevet rigtigt. **Flot!**

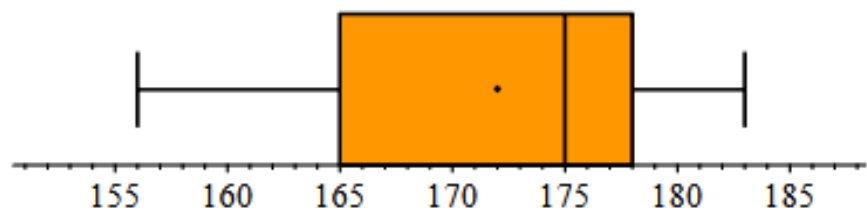


Som du kan se, bruger du bare de danske begreber som kommandoer, når du vil have **Maple** til at finde resultatet.

Nu, hvor du har sorteret dine data, så prøv at lave et **boksplot** ved at skrive:

`boksplot(klasse)` og afslut med **Enter**

Kvartiler = [165., 175., 178.]



Boksplottet viser hvad også de sorterede data viser, at **minimumshøjden** er 156 cm og **maximumshøjden** er 183.

Det kunne jeg også have fået **Maple** til at finde for mig, ved at skrive:

`min(klasse)` → **Alt + Enter** og `max(klasse)` → **Alt + Enter**

Og fået...

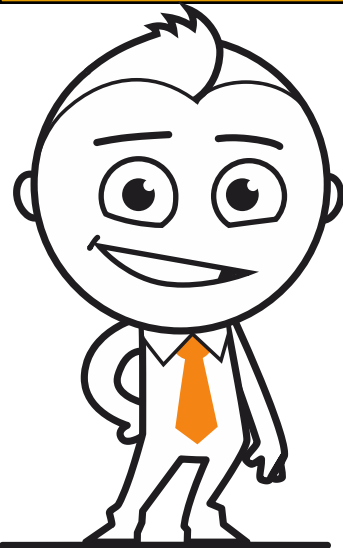
`min(klasse) = 156` og `max(klasse) = 183`

Prikken i boksplottet viser gennemsnitshøjden 172 cm, og den lodrette streg inde i den orange kasse viser datasættets median, som er 175 cm.

Medianen havde du også have kunnet finde, ved at skrive:

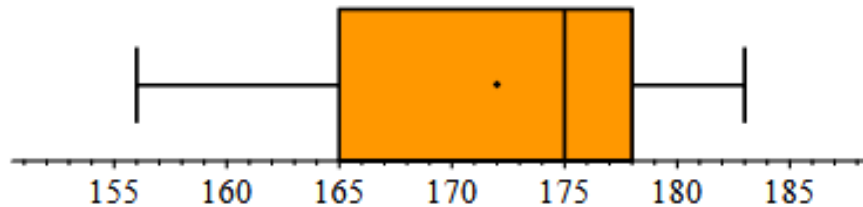
`median(klasse)` → **Alt + Enter** , og fået `median(klasse) = 175`

Og som du nok husker, så er en **median** det midterste tal i et sorteret (ordnet) observationssæt - tæl selv efter!



Lad os kigge lidt mere på **boksplottet** og det sorterede (ordnede) observationssæt.

Kvartiler = [165., 175., 178.]



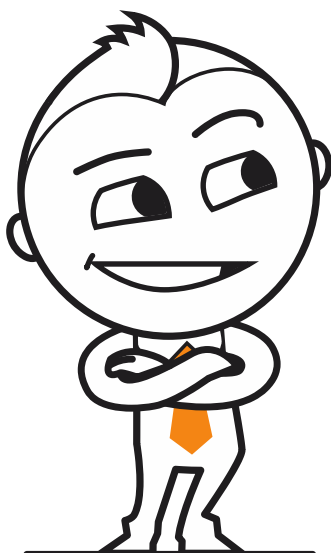
klasse := [156, 160, 161, 163, 163, 165, 167, 168, 169, 170, 173, 175, 177, 177, 178, 178, 178, 178, 178, 179, 180, 180, 183]

Lad os dele observationssættet i kvartiler (en kvart = 25%)

Et kvartilsæt består af tre tal: **øvre kvartil** (165), **median** (175) og **nedre kvartil** (178). Medianen (Med) er det midterste tal af alle observationerne. 50% af observationerne er altså mindre end medianen og 50% er større.

På samme måde, kan du i boksplottet aflæse, at 25% er mellem 156 og 165 cm høje, og at 25% af eleverne er mellem 178 og 183 cm høje.

Et flertal af eleverne er mellem 165 og 175 cm høje.

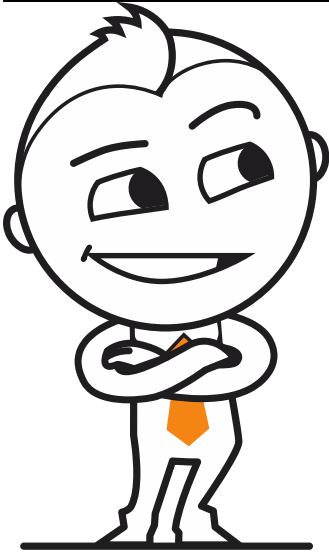


Uh - det var en masse viden på en gang! Jeg kan godt forstå at statistikere tjener en masse penge!

Men, nu er det din tur!

Lav en tilsvarende undersøgelse af din klasse.

1. Indsaml højderne
2. Opret et observationssæt
3. Få **Maple** til at tælle efter, om du har det rigtige antal.
4. Få **Maple** til at finde den mest almindelige højde.
5. Få **Maple** til at finde gennemsnitshøjden.
6. Få **Maple** til at tegne et boksplo.
7. Skriv ned, hvad boksplottet viser om din klasse.



Jeg har lidt flere opgaver du kan træne. Jeg ved godt at du sagtens kan - aber, Übung macht den Meister!

Opgave 1:

Herunder ser du aldersfordelingen blandt eleverne på et valghold i matematik:

11	16	9	14	8	8	12	12	13	9
10	15	16	12	12	14	10	13	15	16
13	13	8	9	8	14	9	13	12	9
10	8	12	9	11	10	13	14	11	14

Du skal nu bruge **Maple** til at;

1. Oprette et observationssæt
2. Få **Maple** til at tælle efter, om du har det rigtige antal.
3. Få **Maple** til at finde den mest almindelige alder.
4. Få **Maple** til at finde gennemsnitsalderen.
5. Få **Maple** til at tegne et boksploot.
6. Skriv ned, hvad boksplottet viser om alderen i klassen.

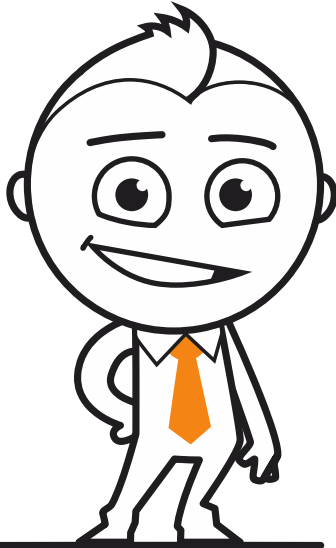
Opgave 2:.

Til en mundtlig eksamen, fik en klasse følgende karakterer:

02	4	7	10	10	00	7	02	10	10
4	7	02	7	4	10	4	10	12	7

Du skal nu bruge **Maple** til at;

1. Oprette et observationssæt
2. Få **Maple** til at tælle efter, om du har det rigtige antal.
3. Få **Maple** til at finde den mest almindelige karakter.
4. Få **Maple** til at finde gennemsnitskarakteren.
5. Få **Maple** til at tegne et boksploot.
6. Skriv ned, hvad boksplottet viser om klassens karakterer.



Nu har du lært, hvordan man finder et **typetal**, et gennemsnit, finde **minimums-** og **maximums-**værdien, **sortere** er datasæt og tegne et **boksplot**.

Nu skal du lære at få **Maple** til at lave en **frekvenstabel**.

En frekvenstabel i **Maple** viser **observationen**, **hyppigheden**, **frekvensen** (selvfølgelig) og den **kumulerede frekvens**.

7.B har fået disse karakterer i en matematikprøve:

02 - 4 - 02 - 4 - 7 - 10 - 4 - 02 - 7 - 7 - 4 - 02 - 10 - 4 - 10

Du starter med at skrive karaktererne som et datasæt, altså;

`karakter:=[2,4,2,4,7,10,4,2,7,7,4,2,10,4,10];` + **Enter**

(Kolonne til sidst, forhindrer at **Maple** gentager listen, når du afslutter med **Enter**)

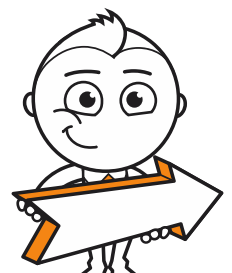
Du slutter af med at skrive;

`frekvensTabel(karakter)`

... og **Maple** skriver tabellen:

observation	hyppighed	frekvens (%)	kumuleret (%)
2	4	26.67	26.7
4	5	33.33	60
7	3	20	80
10	3	20	100

Tabellen er da ... okay, men du er ikke tilfreds. Tabellen skal stå pænere og mere overskuelig.



Du tilføjer derfor;

```
frekvensTabel(karakter, output=tabel)
```

... og afslutter med **Enter**.

Maple skriver følgende tabel;



Text

```
with(skole) :
```

```
karakter := ([2, 4, 2, 4, 7, 10, 4, 2, 7, 7, 4, 2, 10, 4, 10]) :
```

```
frekvensTabel(karakter, output = tabel)
```

```
"frekvenstabel0"
```

Observation	Hypighed	Frekvens (%)	Kumuleret (%)
2	4	26.670	26.700
4	5	33.330	60.000
7	3	20.000	80.000
10	3	20.000	100.000

Det var straks meget bedre. Men du ville gerne have, at **Maple** ikke skrev overskriften "frekvenstabel0". Det klarer du nemt, ved at tilføje et **kolon**.

```
frekvensTabel(karakter, output=tabel):
```

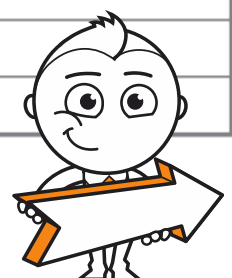
Maple skriver nu tabellen uden overskriften således:

```
with(skole) :
```

```
karakter := ([2, 4, 2, 4, 7, 10, 4, 2, 7, 7, 4, 2, 10, 4, 10]) :
```

```
frekvensTabel(karakter, output = tabel) :
```

Observation	Hypighed	Frekvens (%)	Kumuleret (%)
2	4	26.670	26.700
4	5	33.330	60.000
7	3	20.000	80.000
10	3	20.000	100.000





Du synes måske, at tre decimaler der er under *Frekvens (%)* og *Kumuleret (%)* lige i overkanten.

Du kunne godt tænke dig, at der kun var to decimaler. Intet nemmere end det, du tilføjer bare:

`frekvensTabel(karakter,output=tabel,2):`

... og **Maple** skriver med to decimaler under *Frekvens* og *Kumuleret*;

`with(skole) :`

`karakter := ([2, 4, 2, 4, 7, 10, 4, 2, 7, 7, 4, 2, 10, 4, 10]) :`

`frekvensTabel(karakter, output = tabel, 2) :`

Observation	Hyppighed	Frekvens (%)	Kumuleret (%)
2	4	26.70	26.70
4	5	33.30	60.00
7	3	20.00	80.00
10	3	20.00	100.00



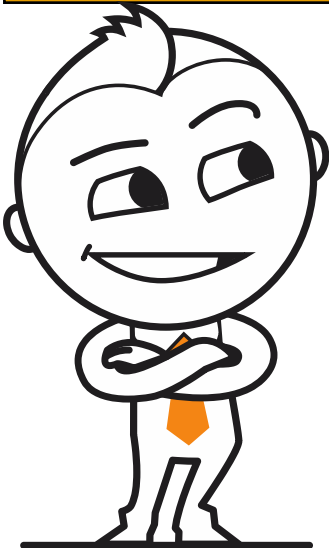
Lad os lige tage et hurtigt kig på, hvad frekvenstabellen egentlig viser:

Først viser den de forskellige karakterer klassen har opnået under **Oberservation**.

I næste kolonne, **Hyppighed**, kan vi aflæse, hvor mange der har fået karakteren 2, nemlig 4, hvor mange der har fået karakteren 4, nemlig fem, at 3 har fået karakteren syv og tre har fået karakteren 10.

I kolonne tre, **Frekvens**, er hyppigheden skrevet som procent, og vi kan aflæse at 26,70% af eleverne fik karakteren 2, at 33,30% fik karakteren 4, at 20% fik karakteren 7 og 20% fik karakteren 10.

Den sidste kolonne er den **kumulerede frekvens**, den viser at 26,70% af eleverne fik karakteren 2, at 60% af eleverne fik karakteren 2 eller 4, at 80% af eleverne fik karakteren 2, 4, eller 7 og at 100% af eleverne fik karakteren 2, 4, 7 eller 10.



Nu er det din tur! Se, hvor meget af det du har gennemgået du kan huske!

I en klasse med 28 elever blev de spurgt, hvor mange sms de havde afsendt i løbet af den store pause? Følgende antal blev opgivet:

3, 5, 2, 0, 10, 11, 10, 1, 2, 5, 5, 1, 3, 10, 7, 0, 0, 9, 3, 3, 3, 9, 6, 2, 0, 3, 4, 11.

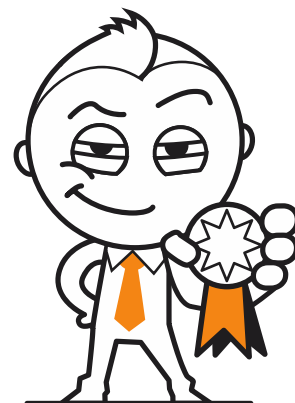
Opret et datasæt og besvar følgende spørgsmål, ved at bruge de rigtige kommandoer i **Maple**.

Start med at lade **Maple** tælle, at du har skrevet det rigtige antal tal (28).

1. Hvad er minimumsværdien?
2. Hvad er maximumsværdien?
3. Hvad er hyppighedstallet?
4. Lad **Maple** tegne et boksplot, og besvar ...
 - A) hvad hedder kvartilerne?
 - B) Hvad er medianen?
 - C) Hvor mange procent af eleverne, havde sendt mellem 0 og 2 sms?
 - D) Hvad er det gennemsnitlige antal sms der blev sendt?
5. Lad **Maple** skrive en frekvenstabel, og besvar ...
 - E) hvor mange procent af eleverne, havde sendt 5 sms?
 - F) hvor mange procent af eleverne, havde sendt mellem 0 og 5 sms?
 - G) var det flest elever der havde sendt mere end 3 sms?

Kunne du lave det hele, uden at kigge i hæftet ... ?

Så var du meget dygtig, hvis ikke, så gør det ikke så meget. Som du ved; **Übung macht den Meister!**



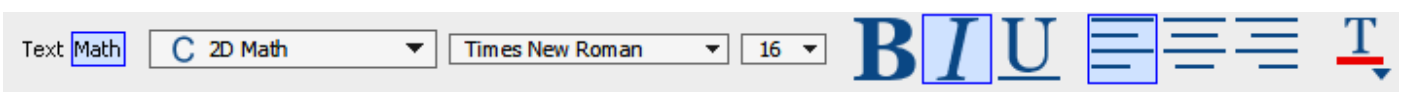
Du har lært meget. Du er kommet langt - det er flot. Giv dig selv et klap på skulderen - BRAVO!



Hvis du har mod på det, vil jeg gerne lige lære dig én ting mere, nemlig **pindeDiagram!**

Det er overhovedet ikke svært, og kan være en god måde at få overblik over datasættet på.

Prøv at se, hvad jeg har skrevet i **Maple**. Jeg har valgt at bruge datasættet fra før, og anvendt det til at tegne et **pindeDiagram** i **Maple**.

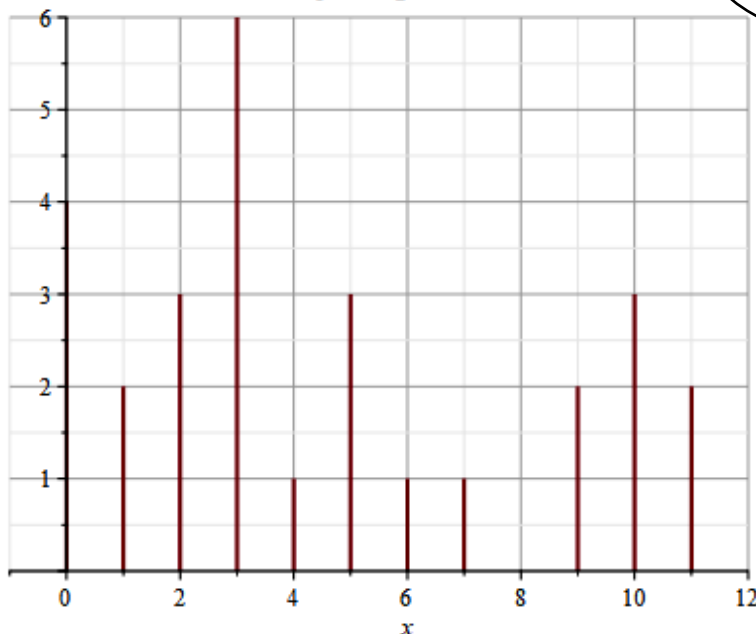


`with(skole) :`

`sms := [3, 5, 2, 0, 10, 11, 10, 1, 2, 5, 5, 1, 3, 10, 7, 0, 0, 9, 3, 3, 3, 9, 6, 2, 0, 3, 4, 11] :`

`plotPindediagram(sms, y_akse = antal)`

PINDEDIAGRAM
 Middelværdi = 4.6
 Median = 3.
 Spredning = 3.6



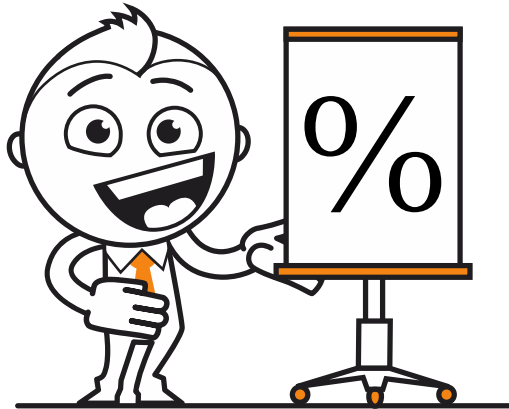
PRØV SELV AT LAVE PINEDIAGRAMMET VED AT SKRIVE DET AF.



Jeg har brugt kommandoen **pindeDiagram(sms,y_akse=antal)** til at tegne et pinediagram, hvor jeg kan aflæse antallet af elever der sendte fx 6 sms. I pinediagrammet kan jeg hurtigt se, at det var kun en enkelt elev, mens der var hele tre elever, der havde sendt 6 sms.

Kommandoen **plotDiagram** afslører også **gennemsnitsværdien** for afsendte antal sms (middelværdien) som 4,6.

Vi kan også aflæse **medianen**, det midterste tal i det sorterede datasæt = 3.



.... Jammen, hvad nu, hvis jeg hellere vil have, at y-aksen viser procent i stedet for antal, spørger du?

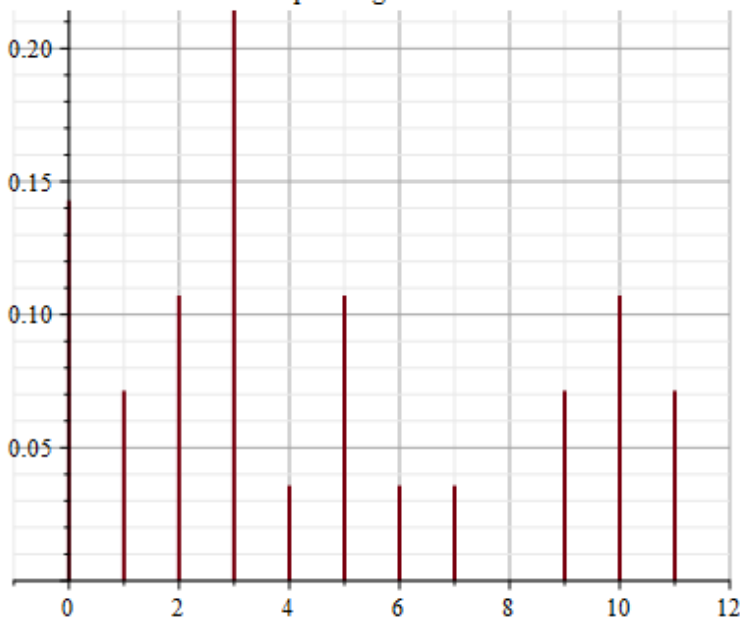
Gud, hvor er du nysgerrig! Men okay, her er svaret, du skriver bare:

`with(skole) :`

`sms := [3, 5, 2, 0, 10, 11, 10, 1, 2, 5, 5, 1, 3, 10, 7, 0, 0, 9, 3, 3, 3, 9, 6, 2, 0, 3, 4, 11] :`

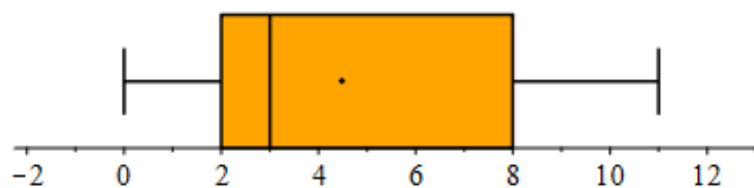
`plotPindediagram(sms)`

PINDEDIAGRAM
 Middelværdi = 4.6
 Median = 3.
 Spredning = 3.6



Nu kan du aflæse antallet af elever der sendte 4 sms, ca 3.5 %, antallet af elever der sendte 10 sms, ca 11% osv.

Kvartiler = [2., 3., 8.]



Til sammenligning et bokspot over det samme datasæt. Man kan aflæse noget forskelligt i begge diagrammer! Du skal blot vælge den diagramtype der passer til din opgave ...

Bravo! Så er du ved at være i mål. Du har lært en masse. Vær bare stolt af dig selv!



Kan du løse denne opgave uden at kigge i hæftet?

Til en matematikprøve fik eleverne i en klasse følgende karakterer:

Karakter	-3	0	2	4	7	10	12
Antal	1	3	3	5	6	4	2

Opret et datasæt ...

Test:=[-3,0,0,0,2,2,2,4 osv

Hvor mange elever er der i klassen?

Hvad er typetallet?

Hvad er mindste karakter, største karakter?

Hvad er gennemsnitskarakteren?

Tegn et pindediagram, hvor y-aksen viser antal. Hvad kan du læse ud af pindediagrammet?

Tegn et boksplot - hvad kan du læse ud af boksplottet?



STATISTIK-EKSEMPLER

... og det er ikke så svært som det lyder

7.B har fået disse karakterer i en matematikprøve

02 - 4 - 02 - 4 - 7 - 10 - 4 - 02 - 7 - 7 - 4 - 02 - 10 - 4 - 10

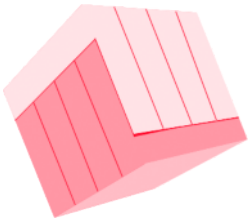
Observation	Den enkelte karakter	Fx 4
Observationssæt	Alle karaktererne	02 - 4 - 02 - 4 - 7 - 10 - 4 - 02 - 7 - 7 - 4 - 02 - 10 - 4 - 10
Ordnet observationssæt	Alle karaktererne ordnet i rækkefølge med den mindste først	02 - 02 - 02 - 02 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 7 - 7 - 7 - 10 - 10 - 10
Mindsteværdi	Den laveste karakter!	2
Størsteværdi	Den højeste karakter	10
Variationsbredde	Forskellen mellem den højeste og laveste karakter	$10 - 2 = 8$
Typetal	Den karakter der forekommer flest gange	4
Median	Den midterste observation i et ordnet observationssæt.	02 - 02 - 02 - 02 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 7 - 7 - 7 - 10 - 10 - 10
	Og hvis der er et lige antal observationer, tager man det mindste af de to midterste	Altså 4.
Gennemsnit Middeltal Middelværdi	Kært barn har mange navne! Læg observationerne sammen og divider med antallet af observationer. Gennemsnitskarakteren er $79 : 15 = 5,3$	

7.B har fået disse karakterer i en matematikprøve

02 - 4 - 02 - 4 - 7 - 10 - 4 - 02 - 7 - 7 - 4 - 02 - 10 - 4 - 10

Hyppighed h(x)	<p>Det antal gange en observation forekommer.</p> <p>Hyppigheden for karakteren 4 er 5</p>	<p>$h(4) = 5$ altså var der 5 af eleverne i 7.b der fik karakteren 4</p>
Frekvens f(x)	<p>Frekvens er hyppigheden angivet i procent af det samlede antal observationer.</p>	<p>$f(4) = 33.3\%$ Altså fik 33,3% af eleverne i 7.b karakteren 4.</p>
	$f(x) = \frac{h(x)}{\text{samlede antal observationer}} \cdot 100$	
Kumuleret hyppighed	<p>Det antal gange et sæt af observationer forekommer</p>	<p>$h(2,4,7) = 12$ Den kumulerede hyppighed for observationerne 02, 4 og 7, beregnes ved at lægge hyppighederne sammen.</p>
Kumuleret frekvens	<p>Det antal gange et sæt af observationer forekommer angivet i procent.</p> <p>Den kumulerede frekvens for observationerne 2, 4 og 7, beregnes ved at lægge frekvenserne sammen.</p>	<p>$f(02,4,7)=80\%$ Den kumulerede frekvens for karaktererne 02, 4 og 7 er: $(26.7\% + 33.3\%) + 20\%;$ $= 80 \%$</p>

Scimath Consulting



Vestervangen 45
4300 Holbaek
Dk

(+45) 4048 33 66
scimath.consulting@outlook.com
www.scimath.dk

Billeder fra GraphicMama.com

